2018年度　東京都公立高校入試問題

50分
100点

（注）　答えに分数が含まれるときは，それ以上約分できない形で表しなさい。
答えに根号が含まれるときは，根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
□の中の数字を答える問題については，「あ，い，う，…」に当てはまる数字を，下の〔例〕のように，0から9までの数字のうちから，それぞれ1つずつ選びなさい。
〔例〕 あい に12と答えるとき　あ（ 1 ）　い（ 2 ）

1　次の各問に答えよ。

〔問1〕　$5 - \frac{1}{3} \times (-9)$ を計算せよ。

〔問2〕　$8(a+b) - (4a-b)$ を計算せよ。

〔問3〕　$(\sqrt{7} + 2\sqrt{3})(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})$ を計算せよ。

〔問4〕　一次方程式 $4x - 5 = x - 6$ を解け。

〔問5〕　連立方程式 $\begin{cases} 7x - y = 8 \\ -9x + 4y = 6 \end{cases}$ を解け。

〔問6〕　二次方程式 $x^2 + 12x + 35 = 0$ を解け。

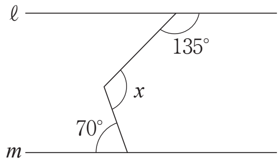
〔問7〕　次の□の中の「あ」「い」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。
右の表は，東京のある地点における4月7日の最高気温について，過去40年間の記録を調査し，度数分布表に整理したものである。最高気温が18℃以上であった日数は，全体の日数の あい ％である。

階級（℃）	度数（日）
以上 8 ～ 10 未満	1
10 ～ 12	4
12 ～ 14	2
14 ～ 16	7
16 ～ 18	8
18 ～ 20	5
20 ～ 22	9
22 ～ 24	4
計	40

〔問８〕 次の［　　］の中の「う」「え」「お」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の図１で，$\ell \parallel m$ のとき，x で示した角の大きさは，［うえお］度である。

図１

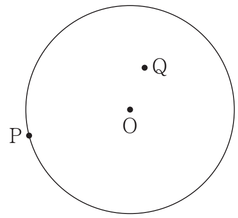


〔問９〕 右の図２のように，円Ｏの周上に点Ｐ，円Ｏの内部に点Ｑがある。

点Ｐが点Ｑに重なるように１回だけ折るとき，折り目と重なる直線 ℓ を，定規とコンパスを用いて作図し，直線 ℓ を示す文字 ℓ も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図２



2　ある中学校で，Sさんが作った問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

［Sさんが作った問題］

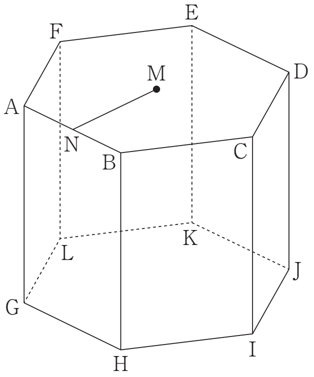
a，b，h を正の数とする。

右の図1に示した立体ABCDEF—GHIJKLは，底面が1辺 a cmの正六角形，高さが h cm，6つの側面が全て合同な長方形の正六角柱である。

正六角形ABCDEFにおいて，対角線ADと対角線CFの交点をM，点Mから辺ABに垂線を引き，辺ABとの交点をNとし，線分MNの長さを b cmとする。

立体ABCDEF—GHIJKLの表面積を $\mathrm{P}\,\mathrm{cm}^2$ とするとき，Pを a，b，h を用いて表してみよう。

図1



Tさんは，［Sさんが作った問題］の答えを次の形の式で表した。Tさんの答えは正しかった。

〈Tさんの答え〉　$\mathrm{P} = 6a(\boxed{})$

〔問1〕〈Tさんの答え〉の $\boxed{}$ に当てはまる式を，次のア〜エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$\frac{1}{2}b + h$　　イ　$b + h$　　ウ　$b + 2h$　　エ　$2b + h$

先生は，［Sさんが作った問題］をもとにして，次の問題を作った。

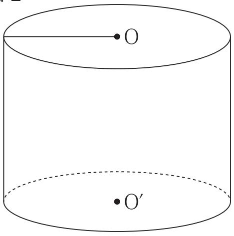
［先生が作った問題］

h，ℓ，r を正の数とする。

右の図2に示した立体は，底面が半径 r cmの円，高さが h cmの円柱であり，2つの底面の中心O，O′を結んでできる線分は，2つの底面に垂直である。

この立体について，底面の円周を ℓ cm，表面積を $\mathrm{Q}\,\mathrm{cm}^2$ とするとき，$\mathrm{Q} = \ell(h + r)$ となることを確かめなさい。

図2



〔問2〕［先生が作った問題］で，ℓ を r を用いて表し，$\mathrm{Q} = \ell(h + r)$ となることを証明せよ。
ただし，円周率は π とする。

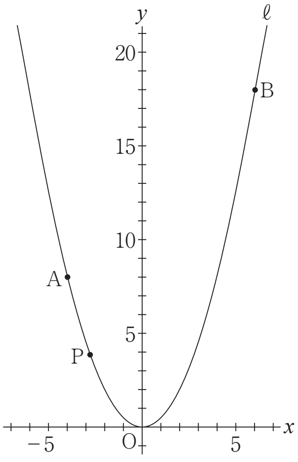
3　右の図1で，点Oは原点，曲線ℓは関数$y = \frac{1}{2}x^2$のグラフを表している。

点A，点Bはともに曲線ℓ上にあり，x座標はそれぞれ-4，6である。

曲線ℓ上にある点をPとする。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕　点Pのx座標をa，y座標をbとする。

aのとる値の範囲が$-4 \leqq a \leqq 6$のとき，bのとる値の範囲を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

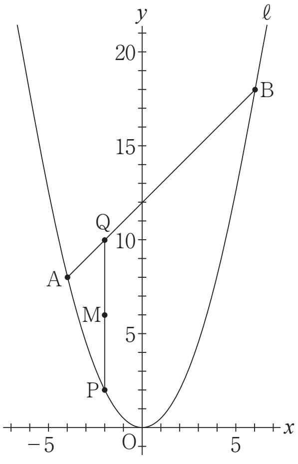
ア　$-8 \leqq b \leqq 18$　　イ　$0 \leqq b \leqq 8$　　ウ　$0 \leqq b \leqq 18$

エ　$8 \leqq b \leqq 18$

〔問2〕　右の図2は，図1において，点Pのx座標が-4より大きく6より小さい数のとき，点Aと点Bを結び，線分AB上にありx座標が点Pのx座標と等しい点をQとし，点Pと点Qを結び，線分PQの中点をMとした場合を表している。

次の①，②に答えよ。

図2



①　点Pがy軸上にあるとき，2点B，Mを通る直線の式を，次のア～エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$y = 2x + 6$　　イ　$y = \frac{1}{2}x + 6$　　ウ　$y = 3x$

エ　$y = 2x$

②　直線BMが原点を通るとき，点Pの座標を求めよ。

4　右の図1で，点Oは線分ABを直径とする円の中心である。

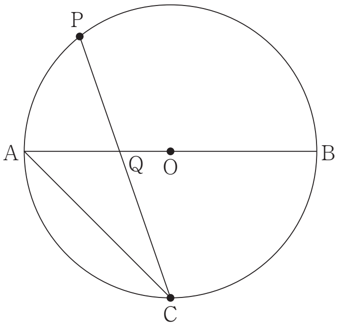
点Cは円Oの周上にある点で，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$である。

点Pは，点Cを含まない$\overset{\frown}{AB}$上にある点で，点A，点Bのいずれにも一致しない。

点Aと点C，点Cと点Pをそれぞれ結び，線分ABと線分CPとの交点をQとする。

次の各問に答えよ。

図1



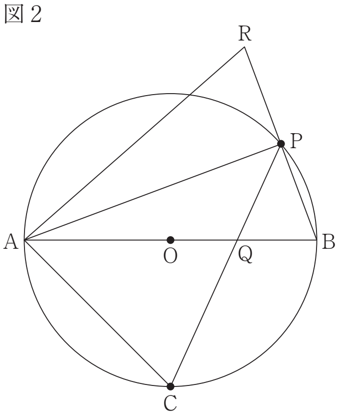
〔問1〕　図1において，$\angle ACP = a^\circ$とするとき，$\angle AQP$の大きさを表す式を，次のア〜エのうちから選び，記号で答えよ。

ア　$(60 - a)$度　　イ　$(90 - a)$度　　ウ　$(a + 30)$度　　エ　$(a + 45)$度

〔問2〕　右の図2は，図1において，点Aと点P，点Bと点Pをそれぞれ結び，線分BPをPの方向に延ばした直線上にありBP = RPとなる点をRとし，点Aと点Rを結んだ場合を表している。

次の①，②に答えよ。

図2



①　$\triangle ABP \equiv \triangle ARP$であることを証明せよ。

②　次の□の中の「か」「き」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図2において，点Oと点Pを結んだ場合を考える。

$\overset{\frown}{BC} = 2\overset{\frown}{BP}$のとき，

$\triangle ACQ$の面積は，四角形AOPRの面積の$\dfrac{\boxed{\text{か}}}{\boxed{\text{き}}}$倍である。

5　右の図1に示した立体 ABC—DEF は，AB = AC = AD = 9 cm，∠BAC = ∠BAD = ∠CAD = 90° の三角柱である。

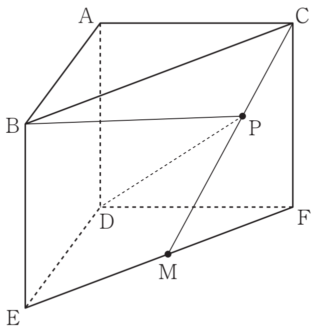
辺 EF の中点を M とする。

頂点 C と点 M を結び，線分 CM 上にある点を P とする。

頂点 B と点 P，頂点 D と点 P をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 次の □ の中の「く」「け」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図1において，点 P が頂点 C に一致するとき，∠BPD の大きさは，［くけ］度である。

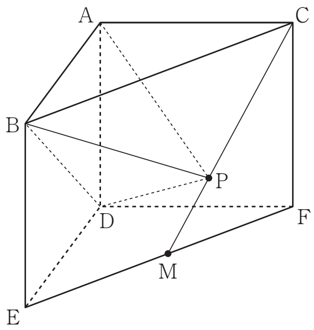
〔問2〕 次の □ の中の「こ」「さ」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の図2は，図1において，頂点 A と点 P，頂点 B と頂点 D をそれぞれ結んだ場合を表している。

CP：PM = 2：1 のとき，

立体 P—ABD の体積は，［こさ］cm^3 である。

図2



2018年度 東京都公立高校入試問題

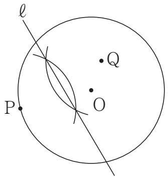
1 〔問1〕8 〔問2〕$4a + 9b$ 〔問3〕-5 〔問4〕$x = -\frac{1}{3}$

〔問5〕($x =$) 2 ($y =$) 6 〔問6〕$x = -7, -5$

〔問7〕あ．4 い．5 〔問8〕う．1 え．1 お．5

〔問9〕(右図)

(例)



≪解説≫

〔問1〕与式$= 5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

〔問2〕与式$= 8a + 8b - 4a + b = 4a + 9b$

〔問3〕与式$= (\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 7 - 12 = -5$

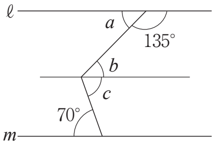
〔問4〕移項して整理すると，$3x = -1$より，$x = -\frac{1}{3}$

〔問5〕与式を順に①，②とすると，①×4＋②より，$19x = 38$なので，$x = 2$ ①に代入して，$7 \times 2 - y = 8$より，$y = 6$

〔問6〕和が12，積が35の2数は7，5なので，左辺を因数分解すると，$(x + 7)(x + 5) = 0$より，$x = -7, -5$

〔問7〕18℃以上だった日数は，$5 + 9 + 4 = 18$(日)なので，$\frac{18}{40} \times 100 = 45$(%)

〔問8〕右図のように，ℓとmに平行な直線をひく。$\angle a = 180° - 135° = 45°$ 平行線の錯角より，$\angle b = \angle a = 45°$ 同様に，$\angle c = 70°$ よって，$\angle x = 45° + 70° = 115°$



〔問9〕線分PQの垂直二等分線を直線ℓとすればよい。

2 〔問1〕イ 〔問2〕〔証明〕円柱の側面は，縦の長さが$h$cm，横の長さが底面の円周の長さに等しい長方形だから，側面積は，$2\pi r \times h = 2\pi rh$ (cm^2) また，底面積は，$\pi r^2 cm^2$となる。したがって，$Q = 2\pi rh + 2\pi r^2$……① また，$\ell = 2\pi r$より，$\ell(h + r) = 2\pi r(h + r) = 2\pi rh + 2\pi r^2$……② ①と②より，$Q = \ell(h + r)$

≪解説≫

〔問1〕底面の正六角形に対角線をひくと，合同な正三角形6つに分けられる。これらの正三角形の底辺は$a$cm，高さは$b$cmなので，正六角形の面積は，$\left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) \times 6 = 3ab$ (cm^2) また，側面は，縦が$h$cm，横が$a$cmの長方形6つに分けられるので，面積は，$h \times a \times 6 = 6ah$ (cm^2) よって，$P = 3ab \times 2 + 6ah = 6ab + 6ah = 6a(b + h)$

3 〔問 1〕ウ　〔問 2〕① ア　② (4, 8)

≪解説≫

〔問 1〕bが最大となるのは, $a = 6$のときで, $b = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$　また, bが最小となるのは, $a = 0$のときで, $b = 0$　よって, $0 \leqq b \leqq 18$

〔問 2〕① $y = \frac{1}{2}x^2$に, $x = -4$を代入して, $y = \frac{1}{2} \times (-4)^2 = 8$より, 点Aの座標は$(-4, 8)$。また, 点Bの座標は$(6, 18)$だから, 直線ABの傾きは, $\frac{18-8}{6-(-4)} = 1$　直線の式を$y = x + b$とおいて点Aの座標の値を代入すると, $8 = -4 + b$より, $b = 12$　点Pがy軸上のとき, $y = \frac{1}{2} \times 0^2 = 0$よりP$(0, 0)$だから, Qの$x$座標の値も0で, Q$(0, 12)$　点Mは2点P, Qの中点なので, $(0+0) \div 2 = 0$, $(12+0) \div 2 = 6$より, M$(0, 6)$　よって, 直線BMの傾きは, $\frac{18-6}{6-0} = 2$となるから, 式は, $y = 2x + 6$

② $\frac{18-0}{6-0} = 3$より, 直線OBの式は$y = 3x$で, 条件より, 直線BMは直線OBと一致する。ここで, 点Pのx座標をpとすると, P$\left(p, \frac{1}{2}p^2\right)$　また, 点M, Qはそれぞれ直線OB, 直線AB上の点だから, M$(p, 3p)$, Q$(p, p+12)$と表すことができる。したがって, PM = QMより, $3p - \frac{1}{2}p^2 = p + 12 - 3p$が成り立つ。整理して, $p^2 - 10p + 24 = 0$より, $(p-4)(p-6) = 0$　$-4 < p < 6$より, $p = 4$　よって, P$(4, 8)$

4 〔問 1〕エ　〔問 2〕①〔証明〕△ABPと△ARPにおいて, 仮定から, BP = RP……㋐　半円の弧に対する円周角だから, ∠APB = 90°……㋑　㋑より, AP ⊥ BRだから, ∠APB = ∠APR……㋒　共通な辺だから, AP = AP……㋓　㋐, ㋒, ㋓より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので, △ABP ≡△ARP　② か. 2　き. 3

≪解説≫

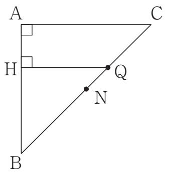
〔問 1〕$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$より, ∠BOC = 90°で, 円周角の定理より, ∠BAC = $90° \times \frac{1}{2} = 45°$　よって, ∠AQP =∠ACQ +∠QAC = $a° + 45°$

〔問 2〕② $\overset{\frown}{BC}$に対する中心角は90°で, $\overset{\frown}{BC} = 2\overset{\frown}{BP}$より, $\overset{\frown}{BP}$に対する中心角は, $90° \times \frac{1}{2} = 45°$　△ACQと△OBPは, ∠QAC =∠POB = 45°, $\overset{\frown}{AP}$に対する円周角より, ∠ACQ =∠OBPなので, 相似となる。相似比は, △AOCが直角二等辺三角形であることより, AC : OB = AC : AO = $\sqrt{2} : 1$　したがって, 面積比は, $(\sqrt{2})^2 : 1^2 = 2 : 1$より,

△ACQ = 2△OBP　また，△AOP：△OBP = AO：OB = 1：1 だから，△AOP = △OBP，△ARP = △ABP = 2△OBP　したがって，四角形 AOPR = △ARP + △AOP = 3△OBP となるから，△ACQ：四角形 AOPR = 2△OBP：3△OBP より，$\frac{2}{3}$ 倍。

5 〔問 1〕く．6　け．0　〔問 2〕こ．8　さ．1

≪解説≫

〔問 1〕点 P が頂点 C と一致するので，三平方の定理より，BP = $\sqrt{9^2+9^2} = 9\sqrt{2}$ (cm)，BD = $\sqrt{9^2+9^2} = 9\sqrt{2}$ (cm)，PD = $\sqrt{9^2+9^2} = 9\sqrt{2}$ (cm)　よって，△BPD は正三角形となるので，∠BPD = 60°

〔問 2〕2 点 P，M から辺 BC にそれぞれ垂線を引き，交点を Q，N とする。QP ∥ NM より，CQ：QN = CP：PM = 2：1　また，CN：NB = FM：ME = 1：1 だから，CQ：QB = 2：(1 + 2 + 1) = 1：2　さらに，右図のように，△ABC で点 Q から辺 AB に垂線をひき交点を H とすると，CA ∥ QH より，CA：QH = CB：QB = (1 + 2)：2 = 3：2　よって，QH = $9 \times \frac{2}{3} = 6$ (cm)　この長さは，三角すい P—ABD の高さと等しいので，求める体積は，$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 9\right) \times 6 = 81$ (cm³)